

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

ZCT 211 - Analisis Vektor

Masa : [2 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi LAPAN muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab ENAM soalan sahaja. Calon-calun boleh memilih menjawab kesemua soalan dalam Bahasa Malaysia. Jika calon-calun memilih untuk menjawab dalam Bahasa Inggeris, sekurang-kurangnya satu soalan wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Vektor \vec{A} adalah $A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}$ di dalam satu set paksi dan $A_x\vec{i}' + A_y\vec{j}' + A_z\vec{k}'$ di dalam satu set paksi yang lain. Hukum transformasi di antara paksi adalah $A_x = c_{xx}A_{x'} + c_{xy}A_{y'} + c_{xz}A_{z'}$ di mana c_{xx} adalah sudut kosinus di antara paksi-paksi x dan x' dan seterusnya. Nyatakan keputusan yang berkaitan bagi A_y dan A_z .

(20/100)

Berikan bentuk eksplisit bagi hukum transformasi ini jika set paksi kedua ingin diperolehi dari set paksi pertama apabila paksi z diputar melalui sudut θ supaya $z' = z$.

(30/100)

Nyatakan transformasi di antara skalar-skalar S dan S' .

(20/100)

Tuliskan hasil tambah skalar bagi $\vec{A}\vec{B}$ dalam sebutan komponen-komponen A_x, B_x dan lain-lain dan buktikan bahawa bagi putaran melalui sudut θ transformasi $\vec{A}\vec{B}$ adalah transformasi skalar.

(30/100)

...2/-

2. $\phi(\vec{r})$ adalah medan skalar dan $\vec{A}(\vec{r})$ adalah medan vektor. Nyatakan takrifan bagi $\nabla\phi$, $\nabla\cdot\vec{A}$ dan $\nabla\times\vec{A}$.

(30/100)

Buktikan bahawa bagi apa-apa medan skalar $\phi(\vec{r})$ dan apa-apa medan vektor $\vec{A}(\vec{r})$, $\nabla\times\nabla\phi=0$ dan $\nabla\cdot(\nabla\times\vec{A})=0$.

(40/100)

Tentukan $\nabla\phi$ bagi medan skalar jika (a) $\phi(\vec{r})=ax^2+by^2+cz^2$ dan (b) $\phi(\vec{r})=(ax^2+by^2+cz^2)^{-1}$.

(30/100)

3. Medan vektor $\vec{A}(\vec{r})$ adalah $\vec{A}(\vec{r})=\frac{\vec{r}}{r^n}=\frac{1}{r^n}(x,y,z)$, di mana $r=(x^2+y^2+z^2)^{1/2}$. Dapatkan $\nabla\cdot\vec{A}$ dan $\nabla\times\vec{A}$.

(60/100)

Cari nilai-nilai $\nabla\cdot\vec{A}$ dan $\nabla\times\vec{A}$ bagi $n=3/2$ dan terangkan erti fizikal nilai-nilai ini.

(40/100)

4. Satu zarah berjisim m dan bercas e bergerak di dalam satu medan daya $\vec{F}(\vec{r})=eE\cos(\omega t)\vec{i}-mg\vec{k}$ di mana E dan g adalah pemalar. Lukiskan rajah susunan fizikal untuk menerangkan bagaimana medan daya ini dapat dihasilkan dengan menyatakan sebab-sebab.

(30/100)

Tuliskan persamaan gerakan yang dapat memberikan pecutan $\vec{f}(t)$.

(20/100)

Kamirkan persamaan gerakan ini dua kali untuk mencari halaju $\vec{v}(t)$ dan kedudukan $\vec{r}(t)$, dengan mengambil kira pemalar kamiran.

(30/100)

Cari $\vec{v}(t)$ dan $\vec{r}(t)$ dengan syarat awal $\vec{v}=v_0\vec{j}$ dan $\vec{r}=-(eE/m\omega^2)\vec{i}$ dan terangkan pergerakan zarah ini dalam perkataan.

(20/100)

...3/-

5. Tentukan nilai kamiran-kamiran isipadu $\int_V f(\vec{r}) d^3r$ di mana $f(\vec{r}) = r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ dan

(a) V adalah kotak dengan dimensi $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq a, 0 \leq z \leq a$ (30/100)

(b) V adalah sfera di mana $0 \leq r \leq R$ (30/100)

(c) V adalah silinder $0 \leq \rho \leq R, 0 \leq z \leq L$ di mana $\rho = (x^2 + y^2)^{1/2}$ (40/100)

6. Nyatakan teorem Gauss dan teorem Stokes, dengan menggunakan rajah terangkan dengan jelas semua sebutan yang digunakan di dalam takrifan.

(40/100)

Nilaikan belah kanan dan kiri teorem Stokes bagi vektor $\vec{F}(\vec{r}) = z^2 \vec{i} + 4x \vec{j}$ dan kontur C di mana C adalah lilitan segi empat sama berikut $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, z = 1$.

(60/100)

7. Nyatakan hukum Gauss yang menghubungkan medan graviti $\vec{F}(\vec{r})$ dengan ketumpatan jisim $\rho(\vec{r})$.

(20/100)

Ketumpatan suatu bintang yang berfungsikan jarak r dari pusatan diberikan oleh $\rho(\vec{r}) = \frac{\rho_0 a^6}{(r^3 + a^3)^2}$ di mana ρ_0 dan a adalah pemalar.

- (a) Kamirkan $\rho(\vec{r})$ untuk mencari nilai jisim $M(R)$ yang terkandung di dalam sfera $0 < r < R$. Kemudian cari medan graviti di $r = R$. [Anda boleh gunakan gantian $u = r^3$].

(60/100)

- (b) Cari jumlah jisim bintang berkenaan M_0 di mana $M_0 = \lim_{R \rightarrow \infty} M(R)$.

(20/100)

8. Terangkan apa yang dimaksudkan dengan sistem am koordinat berortogon (u_1, u_2, u_3) dan berikan takrifan kuantiti-kuantiti h_1, h_2, h_3 dengan menggunakan simbol-simbol lazim.

(20/100)

Buktikan bahawa di dalam koordinat sfera $h_r = 1$, $h_\theta = r$ dan $h_\phi = r \sin \theta$.

(20/100)

Suatu fungsi keupayaan elektrostatik $V(\vec{r})$ bersandarkan r sahaja dan mempunyai bentuk $V(\vec{r}) = r^n$. Cari nilai-nilai n di mana $\nabla^2 V = 0$.

(30/100)

Terbitkan nilai-nilai medan elektrik yang berkaitan $\vec{E} = -\nabla V$ dan kemudian terangkan erti fizikal bagi setiap dua nilai-nilai n tersebut.

(30/100)

$$\nabla V = \left(\frac{1}{h_1} \frac{\partial V}{\partial u_1}, \frac{1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial u_2}, \frac{1}{h_3} \frac{\partial V}{\partial u_3} \right)$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial V}{\partial u_1} \right) + \frac{\partial}{\partial u_2} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial V}{\partial u_2} \right) + \frac{\partial}{\partial u_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial V}{\partial u_3} \right) \right]$$

- oooOOooo -